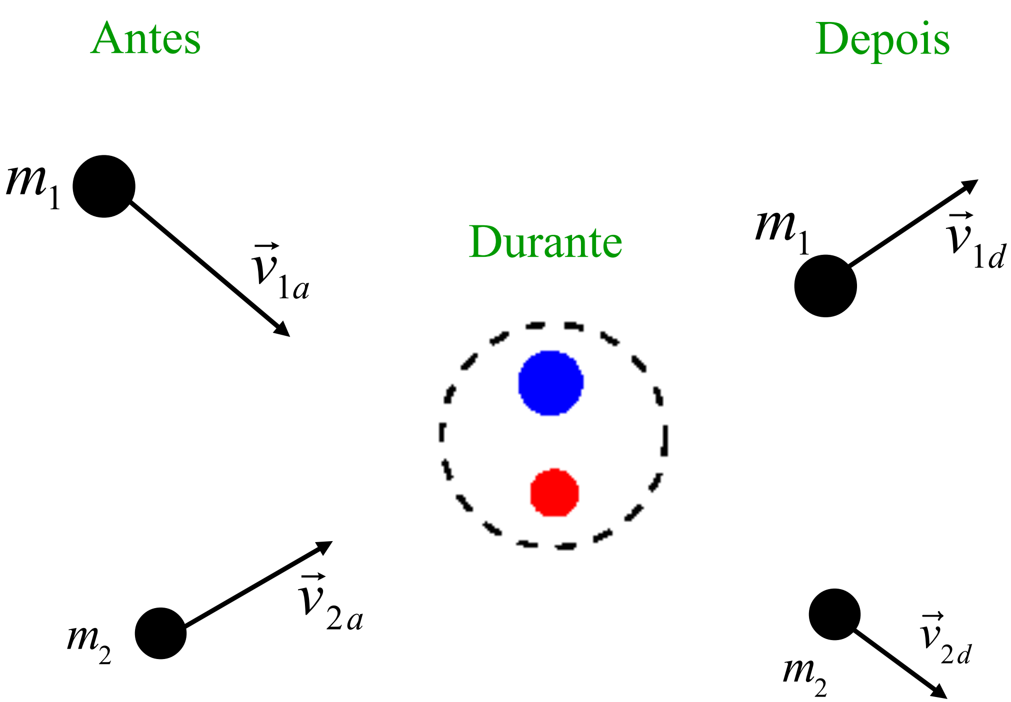
Física Geral I - F -128

Aula 10
Colisões

O que é uma colisão?

Em Física, dá-se o nome de colisão a uma interação entre duas partículas (dois corpos) cuja duração é extremamente curta na escala de tempo humana e onde há troca de momento linear e energia. Queremos estudar as possíveis situações finais depois que as partículas se afastam da região de interação.

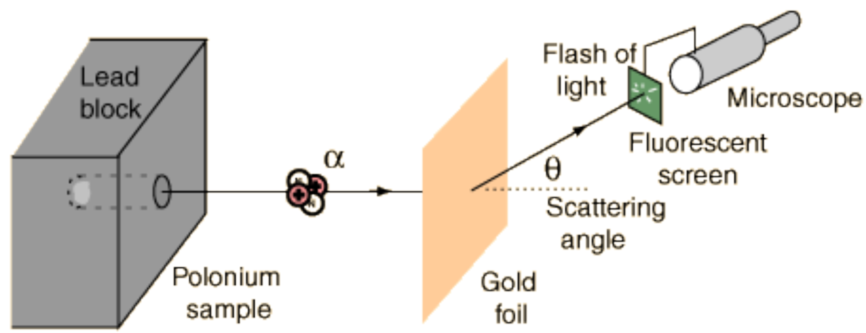


Exemplo: Atmosfera

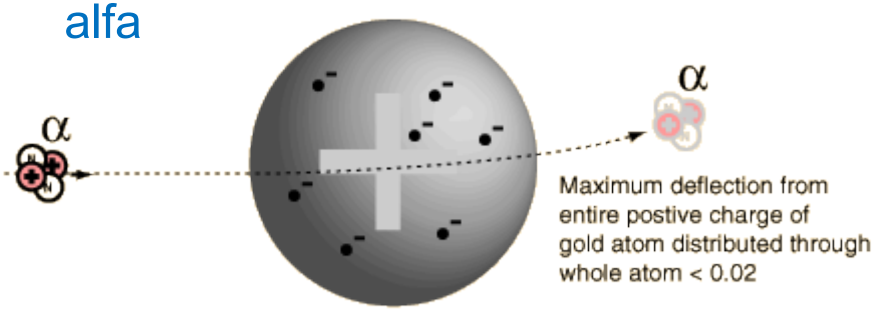
Partículas carregadas do **vento solar** são aceleradas pelas linhas de campo magnético terrestre. Elas **colidem** com as moléculas da atmosfera, que ganham energia interna (seus elétrons são "excitados"). Posteriormente, ao perder essa energia excedente, as moléculas emitem luz, criando a **Aurora** (Boreal ou Austral).

Exemplo histórico: estrutura do átomo

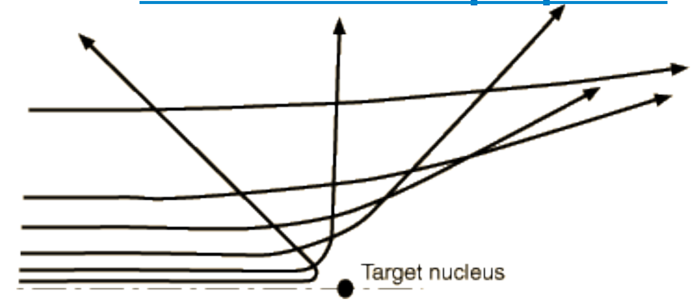
Ernest Rutherford (1911): analisando o resultado do bombardeio de átomos de ouro com partículas alfa, criou o primeiro modelo para o átomo: um núcleo maciço duro, pequeno e positivo, cercado por uma nuvem eletrônica negativa. Primeiro experimento de colisão de partículas sub-atômicas.



Modelo de Thompson: previa deflexão pequena das partículas alfa

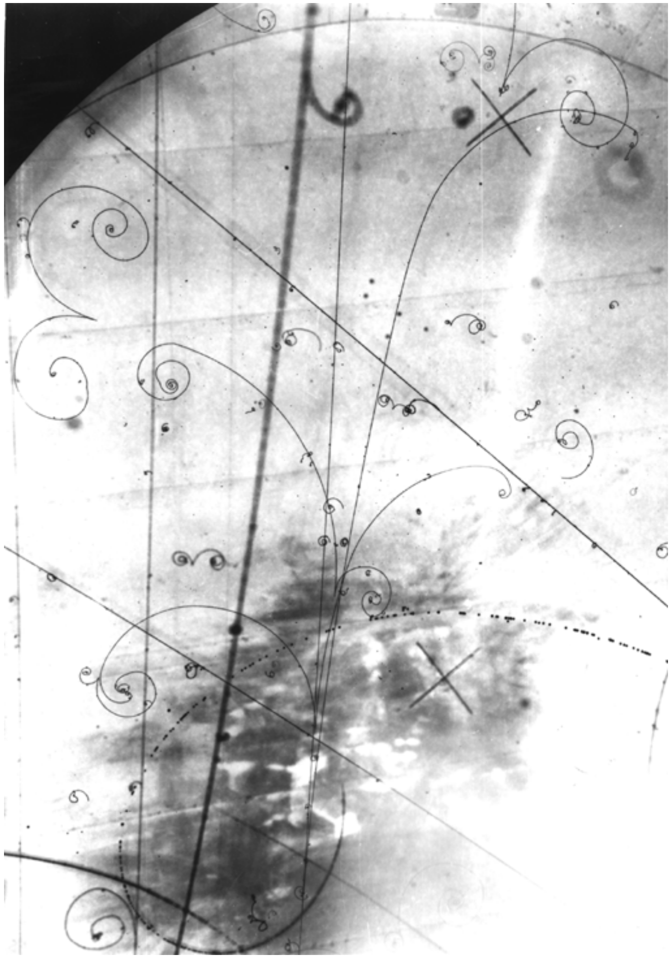


Rutherford observou grandes deflexões, sugerindo um **núcleo duro e pequeno**



Exemplo: Partículas elementares

Criação de pares elétron-pósitron



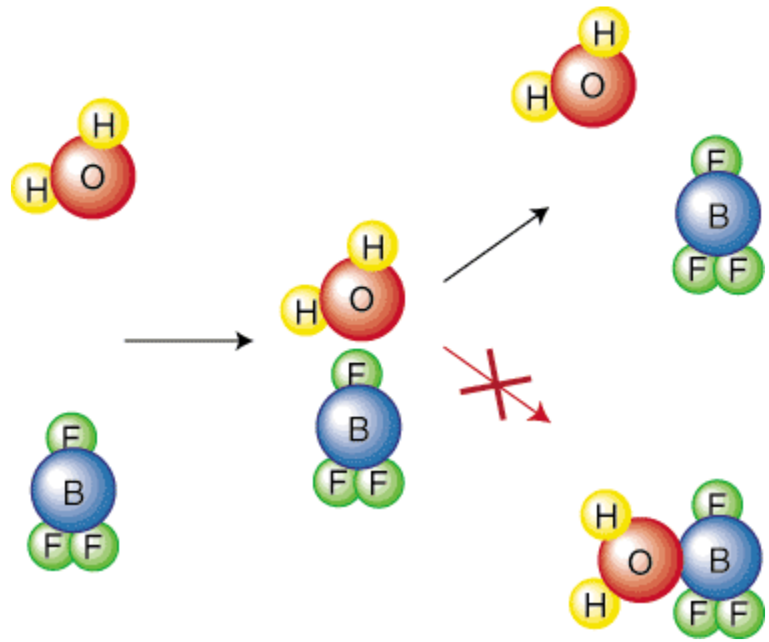
• Colisões entre partículas elementares (elétron-elétron, elétron-próton, etc.) são responsáveis por quase toda a informação que temos sobre as forças fundamentais da natureza (exceto a gravitacional).

• Essas colisões são geradas a partir da aceleração das partículas elementares em grandes aceleradores de partículas (FermiLab, SLAC e **LHC, "Large Hadron Collider"**).

Exemplo: Colisões entre átomos/moléculas;

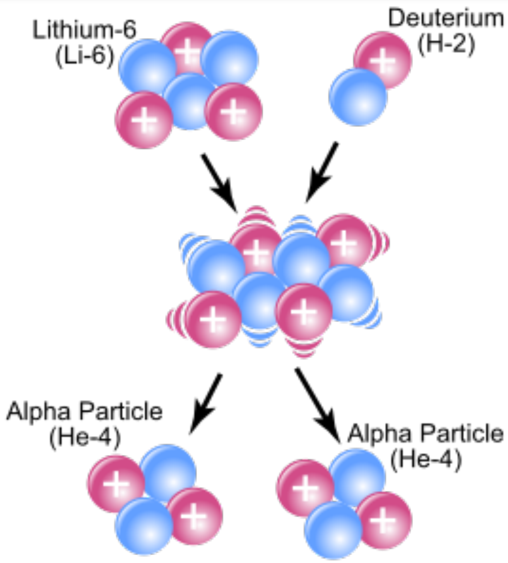
Reações químicas

Algumas orientações relativas não favorecem a reação química



Na verdade, a técnica de bombardear um alvo por um feixe de partículas, estudando a seguir os resultados das colisões das partículas do feixe com o alvo, continua sendo, hoje em dia, um dos instrumentos mais poderosos em Física para um conhecimento melhor das chamadas "partículas elementares" e suas interações.

Exemplos: Colisões entre núcleos em estrelas, reatores



Reação nuclear principal no Sol:

$4\ {}^{1}H + 2\ e^{-} \rightarrow {}^{4}He + 2$ neutrinos $+ 6$ fótons

Energia liberada = 26 MeV

${}^{1}H$: núcleo de hidrogênio
${}^{4}He$: núcleo de He ou partícula α

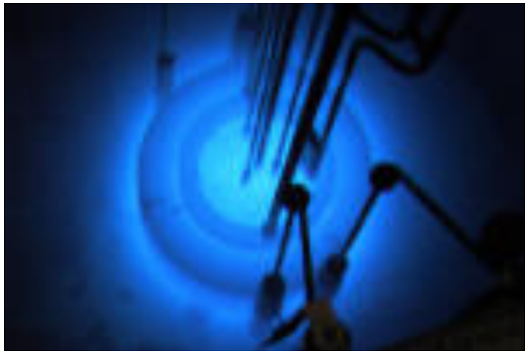
Uma das reações de fissão do ${}^{235}U$:

$${}^{235}U + n \rightarrow {}^{236}U^{*} \rightarrow {}^{140}Xe + {}^{94}Sr + 2n$$

Energia liberada $\approx$ 200 MeV

(reação em cadeia)

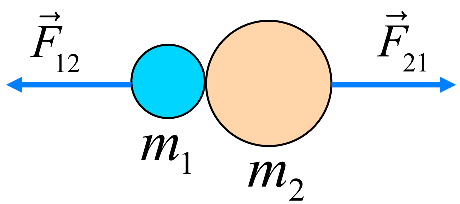
Coração do reator nuclear

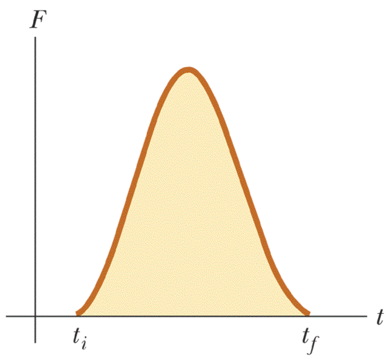


Características gerais de uma colisão

a) Forças de interação

As forças de interação entre duas partículas que colidem são forças muito intensas e agem durante um intervalo de tempo extremamente curto.





Não é necessário conhecer-se exatamente a forma do gráfico *F* x *t*, pois não nos interessa saber o que acontece *durante* a colisão. O que interessa saber é como se encontra o sistema *imediatamente depois* da colisão, conhecendo-se como se encontrava *imediatamente antes* dela. Na realidade, é o resultado da colisão que poderá nos dar informações a respeito da força de interação no sistema que colide, e não o inverso.

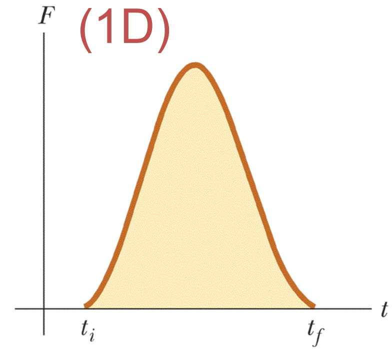
Essencialmente, é isso que se faz num acelerador de partículas como o Fermilab ou o LHC.

Forças de Interação

O resultado líquido da força de interação é fazer variar o momento linear das partículas. Pela 2ª lei de Newton:

$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\vec{p}}{dt}\,dt = \int_{\vec{p}_i}^{\vec{p}_f} d\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p}$$

Impulso = área sob a curva (1D)

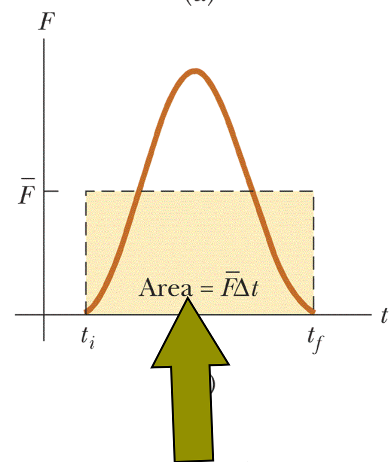


(a)

A integral temporal da força é chamada impulso da força:

$$\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt = \Delta\vec{p}$$

Ou seja, a variação do momento linear da partícula durante um intervalo de tempo é igual ao impulso da força que age sobre ela neste intervalo.



Como em geral não conhecemos $F(t)$, recorremos à definição da força média durante o intervalo de tempo da colisão:

$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt = \langle \vec{F} \rangle \Delta t \qquad \text{Então:} \qquad \Delta\vec{p} = \langle \vec{F} \rangle \Delta t \qquad \text{ou} \qquad \langle \vec{F} \rangle = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

$$\langle F \rangle = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Impulso numa colisão de bolas de bilhar.

Suponhamos que, ao ser atingida pela bola branca, uma bola de bilhar adquira a velocidade de 1,0 m/s.

$$\begin{cases} m \cong 0{,}3 \text{ kg} \\ \Delta v = 1{,}0 \text{ m/s} \end{cases}$$

A variação de seu momento linear da bola atingida é, em módulo:

$$\Delta p = m\Delta v \approx 0{,}3 \text{ kg m/s} = J \ ,$$

que é o impulso transmitido pela bola branca na colisão.

Se o contacto dura $\Delta t =$ 10^{-3} s, a força média exercida na bola é

$$\langle F \rangle = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{J}{\Delta t} = 300 \ \text{ N}$$

(Comparando $\langle F \rangle$ com a força peso das bolas, *P* = 3,0 N, vê-se que a força de interação é muito maior que as forças externas.)

b) Impulso e Momento linear total do sistema

Vimos que durante uma colisão as forças internas do sistema são >> que as forças externas que podem agir sobre ele. *Durante* a colisão podemos, pois, desprezar as forças externas (já que o sistema é agora isolado) e dizer que:

" imediatamente após uma colisão, o momento total do sistema que colide é igual ao momento total do sistema imediatamente antes da colisão."

(Em realidade, o momento total se conserva também durante a colisão, mas o que acontece durante a colisão não é geralmente acessível às medidas). Se houver forças externas agindo sobre o sistema, é bom lembrar que o momento total não se conserva durante um intervalo de tempo finito qualquer, seja *antes* ou *depois* da colisão.

Da 3ª lei de Newton: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow \vec{J}_{12} = -\vec{J}_{21} \Rightarrow \quad \Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 \quad (1)$

O momento linear é *apenas transferido* de uma partícula à outra.

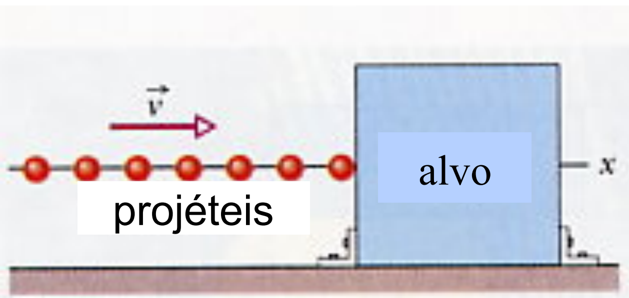
De (1) : $\vec{p}_{1d} - \vec{p}_{1a} = -\left(\vec{p}_{2d} - \vec{p}_{2a}\right) = \vec{p}_{2a} - \vec{p}_{2d}$

$$\vec{p}_{1a} + \vec{p}_{2a} = \vec{p}_{1d} + \vec{p}_{2d} \quad \Rightarrow \quad \vec{P}_a = \vec{P}_d$$

Obviamente, recuperamos a lei de conservação de momento linear (impulso total nulo).

Força média de um jato de areia: colisões em série

Uma série de projéteis, todos com o mesmo momento linear, colide com um alvo fixo. Discutir a força média exercida sobre o alvo.



Cada colisão transfere -D*p* para o alvo, onde D*p* é a variação de momento linear de um projétil em uma colisão. Se há *n* colisões num intervalo D*t*, o impulso total transferido ao alvo é:

$$\Delta J = -n\,\Delta p$$

A força média correspondente é:

$$\langle F \rangle = \frac{\Delta J}{\Delta t} = -\frac{n}{\Delta t}\,\Delta p$$

Se a colisão é tal que as partículas são absorvidas:

$$\Delta p = mv_d - mv_a = 0 - mv_{inc}$$

$$\Rightarrow \quad \langle F \rangle = \frac{n}{\Delta t}\,m\,v_{inc}$$

Se a colisão é tal que as partículas ricocheteiam:

$$\Delta p = mv_d - mv_a = -mv_{inc} - mv_{inc} = -2\,mv_{inc}$$

$$\Rightarrow \quad \langle F \rangle = 2\,\frac{n}{\Delta t}\,mv_{inc}$$

Q1: Impulso e momento linear

Dois corpos de massas diferentes, em repouso sobre uma superfície sem atrito, são submetidos a forças horizontais iguais agindo durante o mesmo intervalo de tempo. Assim que essas forças forem removidas, o corpo de massa maior terá:

A. a maior velocidade;
B. a maior aceleração;
C. o maior momento linear;
D. o menor momento linear;
E. o mesmo momento linear que o outro.

[MC Types]

c) Energia cinética total: Colisões elásticas e inelásticas

Já vimos que colisões, por envolverem basicamente apenas forças internas, conservam o momento linear. E conservam a energia?

Embora a energia *total* seja sempre conservada, pode haver transformação da energia cinética (inicialmente só há energia cinética) em outras formas de energia (potencial, interna na forma de vibrações, calor, perdas por geração de ondas sonoras, etc.).

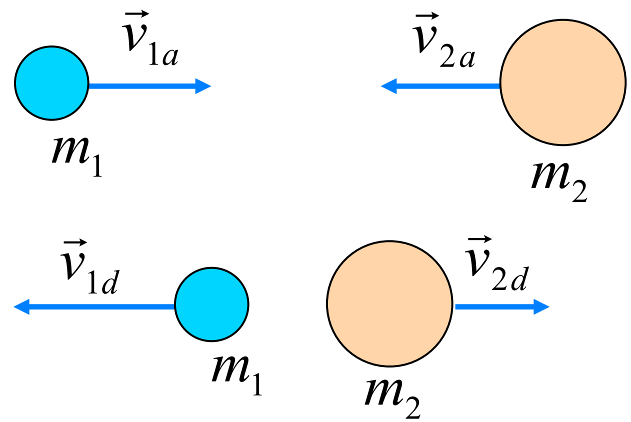
Se a energia cinética inicial do sistema é totalmente recuperada após a colisão, a colisão é chamada de *colisão elástica*.

Se não, a colisão é chamada de *colisão inelástica*. Note que se houver aumento da energia cinética (quando há conversão de energia interna em cinética: explosão, por exemplo), a colisão também é inelástica.

$$\boxed{\text{Em uma colisão elástica} \quad \Rightarrow \quad K_a = K_d}$$

Colisões elásticas unidimensionais

Antes:



Depois:

Lembramos que:
$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m}(mv)^2 = \frac{p^2}{2m}$$

Assim, as equações básicas para uma colisão elástica são:

$$\begin{cases} p_{1a} + p_{2a} = p_{1d} + p_{2d} & \text{(Conservação de momento linear)} \\ \dfrac{p_{1a}^2}{2m_1} + \dfrac{p_{2a}^2}{2m_2} = \dfrac{p_{1d}^2}{2m_1} + \dfrac{p_{2d}^2}{2m_2} & \text{(Conservação de energia cinética)} \end{cases}$$

Colisões elásticas unidimensionais

$$\begin{cases} p_{1a}+p_{2a}=p_{1d}+p_{2d} \\ \dfrac{p_{1a}^2}{2m_1}+\dfrac{p_{2a}^2}{2m_2}=\dfrac{p_{1d}^2}{2m_1}+\dfrac{p_{2d}^2}{2m_2} \end{cases}$$

No caso unidimensional, estas equações são suficientes para determinar o estado final do sistema, conhecido o estado inicial. *Não* o são para o caso bidimensional.

Sendo dada a razão entre as massas $k = \dfrac{m_1}{m_2}$ (ou as massas m_1 e m_2), escrevemos:

$$\begin{cases} m_1 v_{1d} + m_2 v_{2d} = m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a} \\ m_1 v_{1d}^2 + m_2 v_{2d}^2 = m_1 v_{1a}^2 + m_2 v_a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k(v_{1d} - v_{1a}) = -(v_{2d} - v_{2a}) & (1) \\ k(v_{1d}^2 - v_{1a}^2) = -(v_{2d}^2 - v_{2a}^2) & (2) \end{cases}$$

Eliminando-se as soluções triviais $\boldsymbol{v_{1d} = v_{1a}}$ e $\boldsymbol{v_{2d} = v_{2a}}$ podemos dividir (2) por (1), obtendo:

$$\begin{cases} k(v_{1d} - v_{1a}) = -(v_{2d} - v_{2a}) \\ v_{1d} + v_{1a} = v_{2d} + v_{2a} \end{cases}$$

ou finalmente:

Colisões elásticas unidimensionais

$$\begin{cases} kv_{1d}+v_{2d}=kv_{1a}+v_{2a} & (3) \\ v_{1d}-v_{2d}=-(v_{1a}-v_{2a}) & (4) \end{cases}$$

A equação (4) mostra que a velocidade relativa troca de sinal em toda colisão elástica unidimensional, isto é, ela é simplesmente invertida pela colisão.

De (3) e (4) tira-se que: $\begin{cases} v_{1d}=\dfrac{(k-1)v_{1a}+2v_{2a}}{k+1} \\ v_{2d}=\dfrac{2kv_{1a}-(k-1)v_{2a}}{k+1} \end{cases}$

Explicitamente em termos das massas das partículas, podemos escrever:

$$\boxed{\begin{aligned} v_{1d} &= \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)v_{1a}+\left(\frac{2m_2}{m_1+m_2}\right)v_{2a} \\ v_{2d} &= \left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)v_{1a}-\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)v_{2a} \end{aligned}}$$

Colisões elásticas unidimensionais: casos particulares

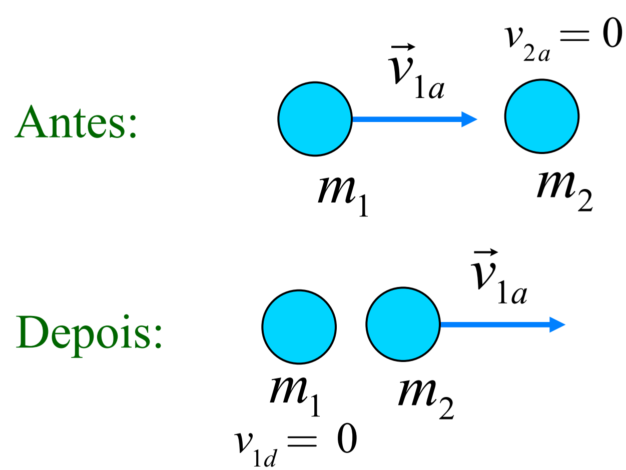
1) massas iguais: $(k=1)$

$$\begin{cases} v_{1d} = v_{2a} \\ v_{2d} = v_{1a} \end{cases}$$

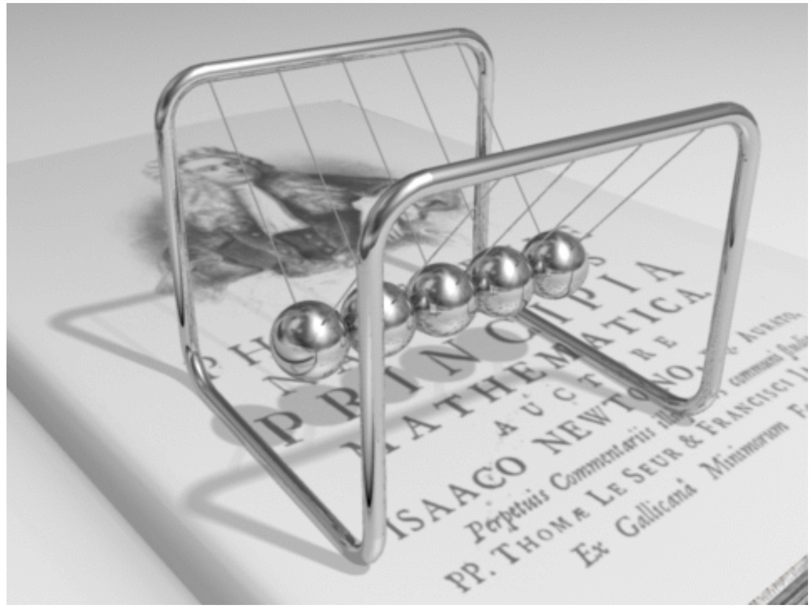
(o estado final do sistema é idêntico ao estado inicial: As partículas trocam suas velocidades!

Em particular, se a partícula alvo está inicialmente em repouso, a partícula incidente para após a colisão, como no bilhar. Isto é:
se $v_{2a} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{1d} = 0.$

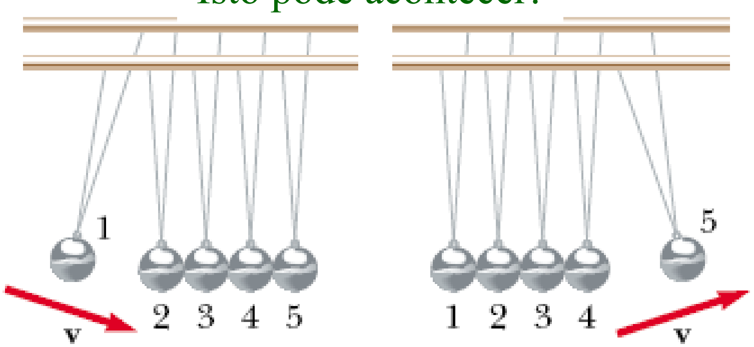
$$(v_{aprox} = v_{afast})$$



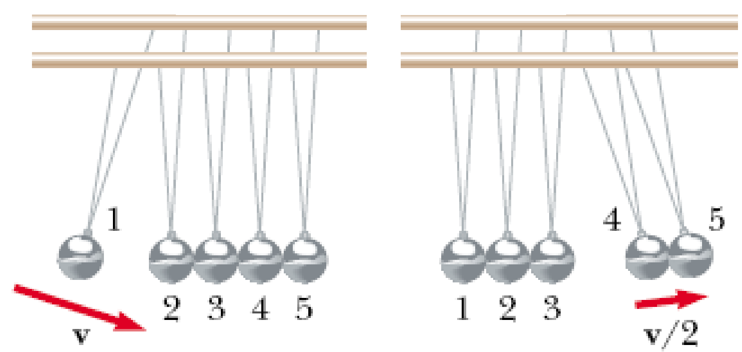
Exemplo: Um aliviador de stress para executivos



Isto pode acontecer!



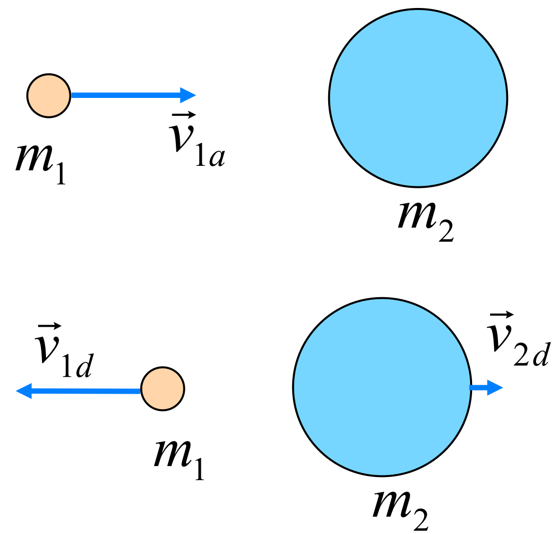
Pode isto acontecer?



Colisões elásticas unidimensionais: casos particulares

2) Alvo em repouso e $m_1 \ll m_2$

$$\begin{cases} v_{1d} = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1a} \\ v_{2d} = \left(\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1a} \end{cases}$$



Destas expressões resultam:

$$\begin{cases} v_{1d} \approx -v_{1a} \\ v_{2d} \approx \left(\dfrac{2m_1}{m_2}\right) v_{1a} \ll v_{1a} \end{cases}$$

$$(v_{aprox} = v_{afast})$$

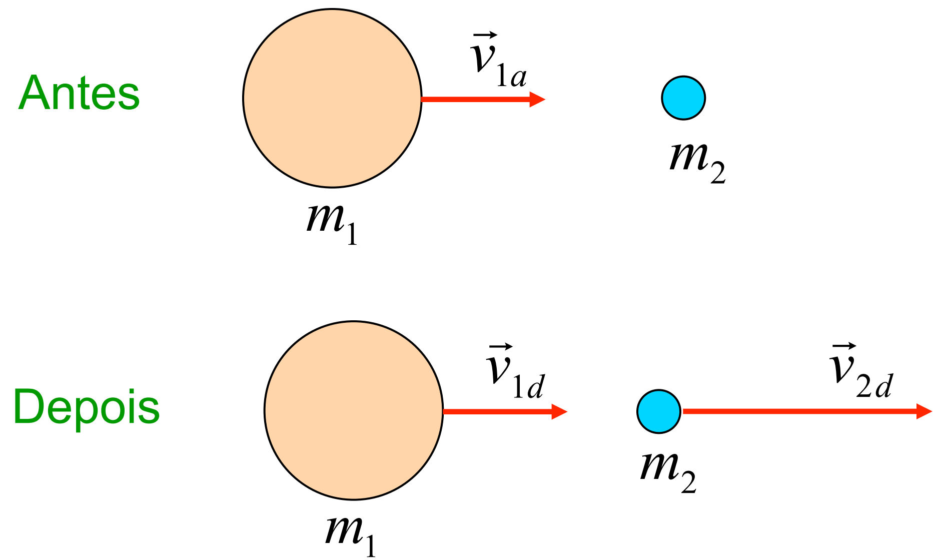
A partícula incidente reverte sua velocidade e a partícula alvo passa a se mover lentamente, praticamente permanecendo em repouso.

Colisões elásticas unidimensionais: casos particulares

3) Alvo em repouso e $m_1 >> m_2$

$$v_{1d} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1a}$$

$$v_{2d} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1a}$$



Destas expressões resultam:

$$\begin{cases} v_{1d} \approx v_{1a} \\ v_{2d} \approx 2v_{1a} \end{cases}$$

A partícula incidente não "sente" a colisão. A partícula alvo passa a se mover com o dobro da velocidade inicial da partícula incidente.

Exemplo

Voltando ao experimento com

$M_{Terra} >> M_{bilhar} >> M_{pingue\text{-}pongue}$:

i) bola de basquete atingindo a Terra:

$$v_{bd} = -v_{ba} = v$$

ii) bola de pingue-pongue atingindo a bola de basquete:

$$v'_{pd} = -v'_{pa} = 2v \longrightarrow$$

No referencial onde a bola de basquete está em repouso

$$v_{pd} = -3v_{pa} = 3v \longrightarrow$$

No referencial do laboratório

iii) como altura é proporcional a v^2:

Bola de pingue-pongue sobe a uma altura até 9 vezes mais altura inicial (sistema de "propulsão" usado por naves espaciais usando planetas e satélites naturais).

Q2: Colisão

Quando uma partícula sofre uma colisão elástica frontal com outra partícula, inicialmente em repouso, a maior fração da energia cinética é transferida se:

A. a partícula incidente está se movendo inicialmente muito depressa;
B. a partícula incidente está se movendo inicialmente muito devagar;
C. a partícula incidente tem massa muito maior que a partícula alvo;
D. a partícula incidente tem massa muito menor que a partícula alvo;
E. a partícula incidente e a partícula alvo têm mesma massa.

[MC Types]

Moderação de nêutrons em reatores nucleares

➢ Reatores nucleares a base de Urânio: p. ex. $^{235}U + n \Rightarrow \; ^{140}Xe + \, ^{94}Sr + 2n$

Os nêutrons produzidos devem levar a novos processos de fissão, numa reação em cadeia. Entretanto, eles são muito energéticos e, por isso, pouco eficientes para gerar novas reações. É preciso desacelerá-los ("moderá-los").

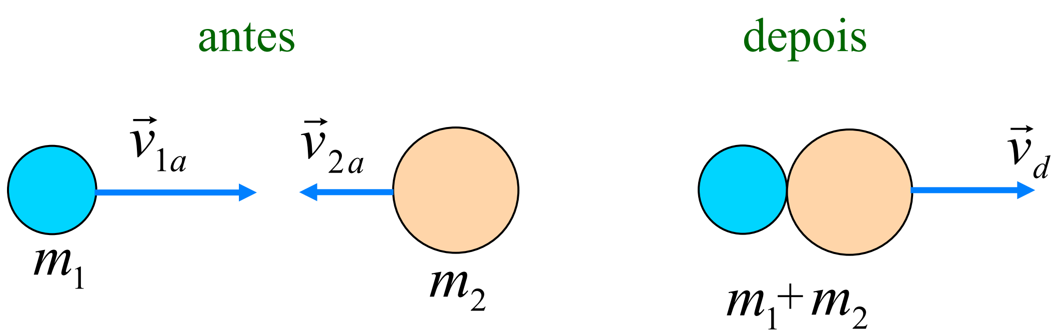
Nêutrons ® partículas incidentes (m_1)
??????? ® partículas alvo (m_2)

- Se $m_2 << m_1$, os nêutrons não "sentem" as colisões.
- Se $m_2 >> m_1$, os nêutrons só são refletidos.
- Situação ideal: $m_1 » m_2$

$$\boxed{v_{1d} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1a}}$$

- Hidrogênio seria perfeito ($m_{próton}$ » $m_{nêutron}$), mas o próton captura o nêutron para formar o dêuteron.
- Deutério funciona $\Rightarrow$ D_2O (água pesada).
- Também se usa carbono (grafite ou parafina) ou berílio.

Colisões unidimensionais totalmente inelásticas



Neste tipo de colisão, a partícula incidente "gruda" na partícula alvo. Pode-se provar que essa situação representa a perda máxima de energia cinética numa colisão inelástica em uma dimensão.

$$m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a} = (m_1 + m_2) v_d \Rightarrow \quad v_d = \frac{m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a}}{m_1 + m_2} = v_{CM}$$

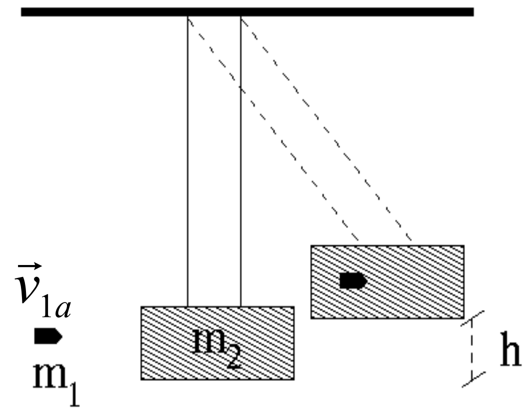
Como o centro de massa coincide com as duas partículas "grudadas", elas têm que se mover com a velocidade do centro de massa, que se mantém constante. A energia cinética final é a energia cinética associada ao movimento do CM.

Exemplo: Pêndulo balístico

Uma bala se aloja num bloco de madeira e o conjunto se eleva de uma altura *h*. Qual é a velocidade da bala imediatamente antes da colisão?

Colisão totalmente inelástica:

$$m_1 v_{1a} = (m_1 + m_2) v_d \quad \therefore \quad v_d = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1a}$$



Conservação de energia mecânica após a colisão:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_d^2 = (m_1 + m_2) g h \quad \therefore \quad v_d = \sqrt{2gh}$$

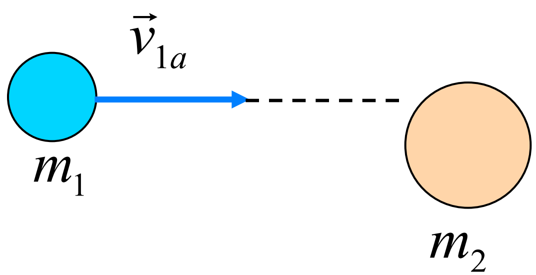
Então: $$v_{1a} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$$

Numericamente, se:

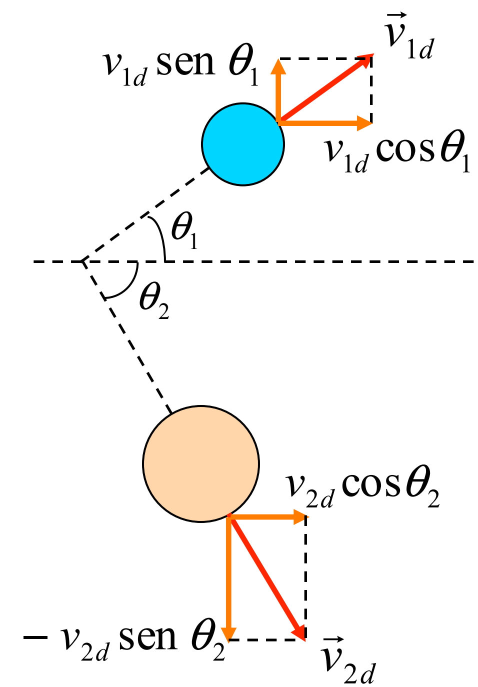
$$\begin{cases} m_1 = 10 \text{ g} \\ m_2 = 4 \text{ kg} \\ h = 5 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow v_{1a} = \frac{4{,}01}{0{,}01} \times \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 0{,}05} \text{ m/s} = 400 \text{ m/s} = 1.400 \text{ km/h}$$

Colisões elásticas bidimensionais

Antes

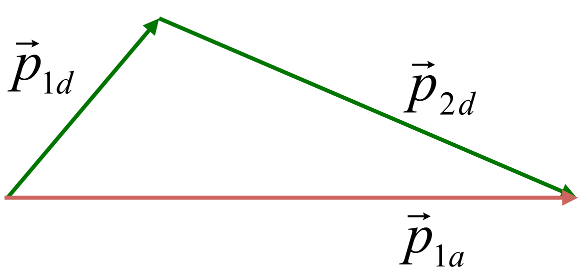


Depois



Vamos considerar a partícula-alvo em repouso (v_{2a}=0)

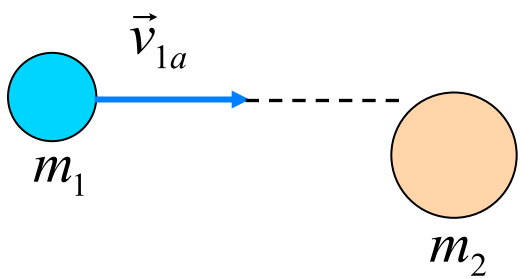
$$\vec{p}_{1a}=\vec{p}_{1d}+\vec{p}_{2d}$$ (Conservação de momento linear)



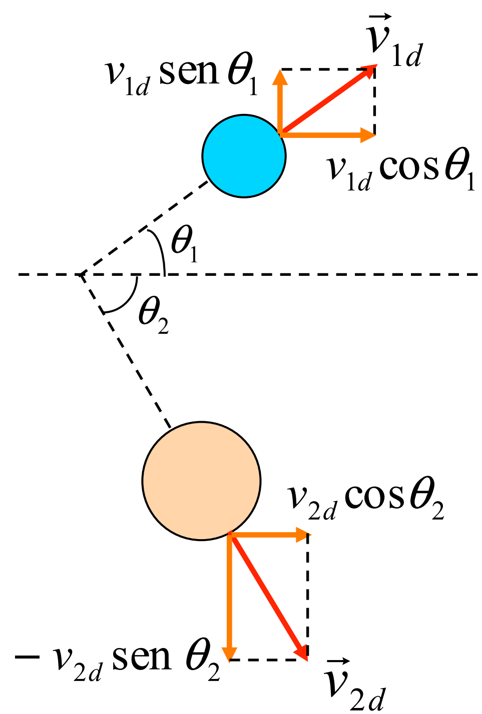
Esses 3 vetores definem um plano, chamado de plano de colisão. Isto é, a colisão sempre ocorre em um plano (colisão bi-dimensional).

Colisões elásticas bidimensionais

Antes



Depois



Conservação do momento linear:

$$\begin{cases} p_{1a} = p_{1d}\cos\theta_1 + p_{2d}\cos\theta_2 \\ 0 = p_{1d}\,\mathrm{sen}\theta_1 - p_{2d}\,\mathrm{sen}\theta_2 \end{cases}$$

Conservação da energia cinética:

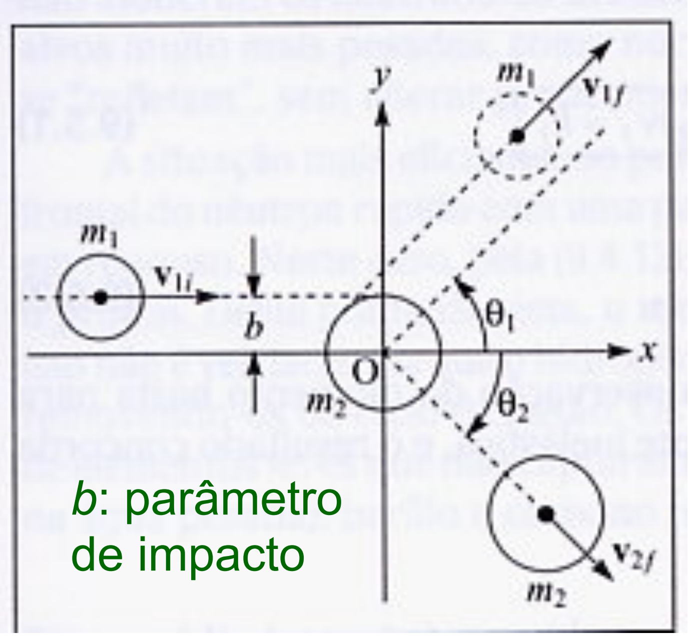
$$\frac{p_{1a}^2}{2m_1} = \frac{p_{1d}^2}{2m_1} + \frac{p_{2d}^2}{2m_2}$$

Colisões elásticas bidimensionais

$$\begin{cases} p_{1a} = p_{1d}\cos\theta_1 + p_{2d}\cos\theta_2 \\ 0 = p_{1d}\,\mathrm{sen}\,\theta_1 - p_{2d}\,\mathrm{sen}\,\theta_2 \end{cases}$$

$$\frac{p_{1a}^2}{2m_1} = \frac{p_{1d}^2}{2m_1} + \frac{p_{2d}^2}{2m_2}$$

Se tivermos m_1, m_2 e p_{1a} , teremos 3 equações e 4 incógnitas (p_{1d}, p_{2d}, q_1, q_2). O sistema é indeterminado. Precisamos de mais informação que pode ser, por exemplo, o parâmetro de impacto ***b*** da colisão de bolas de bilhar.



<u>Obs:</u> supondo que a força entre as bolas é exatamente normal à superfície no ponto de contato, q_2 fica definido a partir de b (a obtenção de q_2 a partir de b requer sempre um modelo para a força de interação).

Colisões elásticas bidimensionais : massas iguais

IFGW
Instituto de Física Gleb Wataghin

- Nesse caso, podemos obter um resultado simples

$$\frac{p_{1a}^2}{2m_1} = \frac{p_{1d}^2}{2m_1} + \frac{p_{2d}^2}{2m_2} \Rightarrow p_{1a}^2 = p_{1d}^2 + p_{2d}^2$$ (Conservação de energia cinética)

$$\vec{p}_{1a} = \vec{p}_{1d} + \vec{p}_{2d} \quad \Rightarrow \quad p_{1a}^2 = (\vec{p}_{1d} + \vec{p}_{2d}) \cdot (\vec{p}_{1d} + \vec{p}_{2d})$$

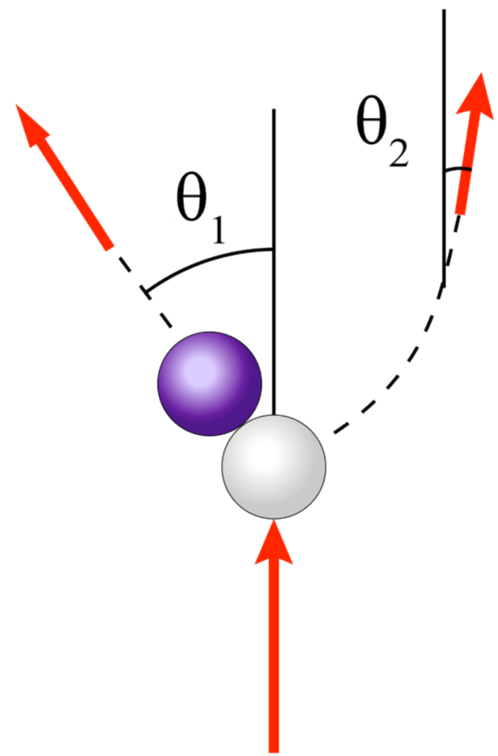
$$p_{1a}^2 = p_{1d}^2 + p_{2d}^2 + 2\vec{p}_{1d} \cdot \vec{p}_{2d}$$ (Conservação de momento linear)

Igualando as duas equações:

$$\vec{p}_{1d} \cdot \vec{p}_d = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta_1 + \theta_2 = 90^o}$$

É assim mesmo na mesa de sinuca?

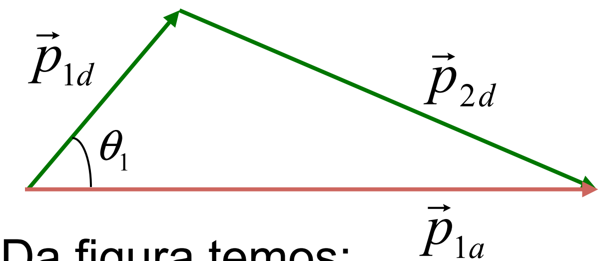
$$\boxed{\theta_1 + \theta_2 = 90^o \,?}$$



Na verdade, o **movimento de rotação** da bola branca, complica a análise. Embora as bolas saiam da colisão com direções perpendiculares entre si, após um curto tempo a bola branca toma um rumo diferente!!

Exemplo: Transferência de momento linear

Numa colisão elástica, uma partícula de massa m_1=1,0 kg incide com velocidade v_{1a}=10 m/s numa partícula de massa m_2=2,0 kg, inicialmente em repouso. Se a colisão deflete a partícula 1 de um ângulo de q_1 = 30º, qual é a velocidade da partícula 2 após a colisão?



Da figura temos:

$$\vec{p}_{2d} = \vec{p}_{1a} - \vec{p}_{1d} \quad \Rightarrow$$

$$p_{2d}^2 = (\vec{p}_{1a} - \vec{p}_{1d}) \cdot (\vec{p}_{1a} - \vec{p}_{1d})$$

$$p_{2d}^2 = p_{1a}^2 + p_{1d}^2 - 2 p_{1a}\, p_{1d} \cos\theta_1$$

$$(1+\lambda) p_{1d}^2 - 2 p_{1a} \cos\theta_1\, p_{1d} + p_{1a}^2 (1-\lambda) = 0$$

Substituindo os valores, temos:

$$v_{1d}^2 - \frac{10}{\sqrt{3}} v_{1d} - \frac{100}{3} = 0$$

Da conservação de energia cinética:

$$\frac{p_{1a}^2}{2m_1} = \frac{p_{1d}^2}{2m_1} + \frac{p_{2d}^2}{2m_2}$$

Reescrevendo com λ = m_2/m_1:

$$p_{2d}^2 = \lambda \left(p_{1a}^2 - p_{1d}^2 \right)$$

Comparando p_{2d}^2 :

$$\boxed{v_{1d} = 9{,}3\, m/s \qquad v_{2d} = 2{,}6\, m/s \qquad \theta_2 = 63^0}$$

Colisões elásticas unidimensionais

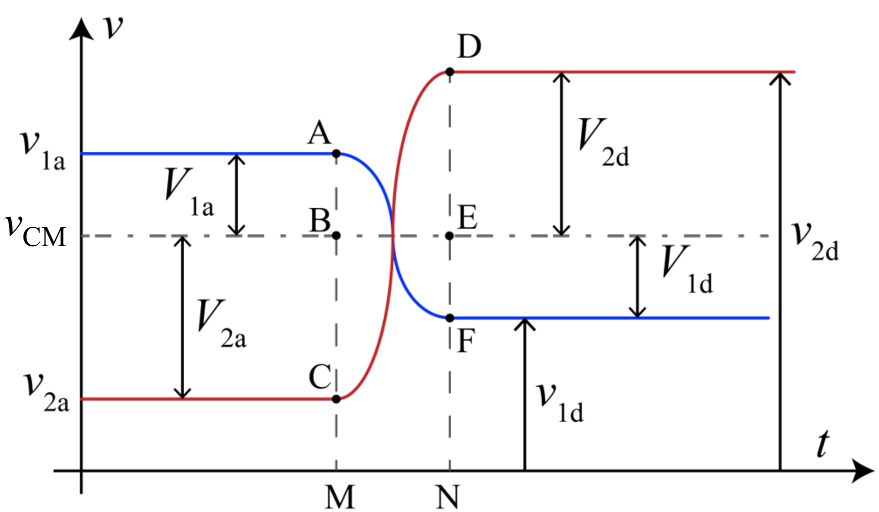
a) No R_{CM} : o momento linear total do sistema é nulo, antes e depois da colisão:

$$m_1 V_{1d} + m_2 V_{2d} = m_1 V_{1a} + m_2 V_{2a} = 0 \;\therefore$$

$$\frac{V_{1d}}{V_{2d}} = \frac{V_{1a}}{V_{2a}} \left(= -\frac{m_2}{m_1} = -\frac{1}{k} \right) \quad \text{ou} \quad \frac{V_{1d}}{V_{1a}} = \frac{V_{2d}}{V_{2a}}$$

$$v_1 = V_1 + v_{CM}$$
$$v_2 = V_2 + v_{CM}$$
$$k = \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Mas, por conservação de energia $\Rightarrow \; |V_{1d}| = |V_{1a}| \;$ e $\; |V_{2d}| = |V_{2a}|$



Numa colisão elástica 1D repulsiva:

$$V_{1d} = -V_{1a} \;\; \text{e} \;\; V_{2d} = -V_{2a}$$

isto é, a colisão *inverte* as velocidades das partículas no R_{CM}, mantendo seus módulos.

Colisões elásticas unidimensionais

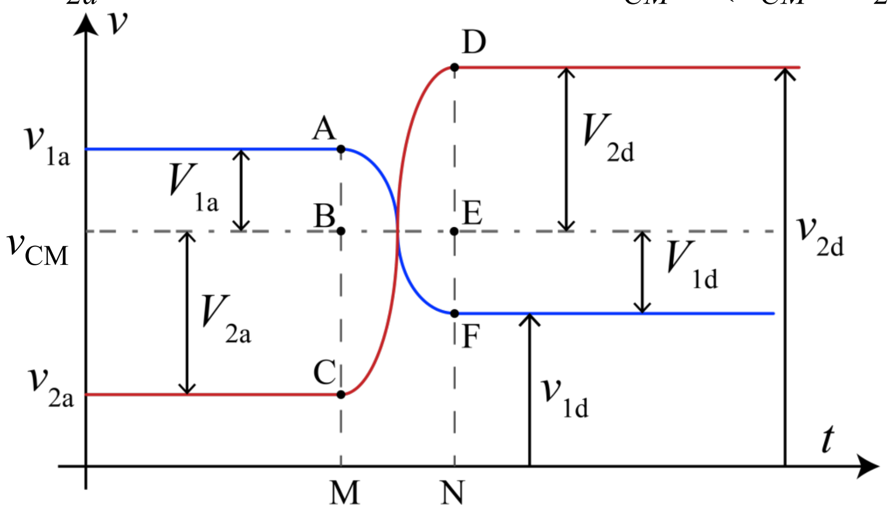
b) No referencial do laboratório:

Para passar do gráfico ($V \times t$) no RCM para ($v \times t$) no laboratório, faz-se uma translação de $-v_{CM}$ sobre o eixo dos tempos. Então:

$$v_{1d} = \overline{NE} - \overline{EF} = \overline{NE} - \overline{BA} = v_{CM} - (v_{1a} - v_{CM}) = 2v_{CM} - v_{1a}$$

$$v_{2d} = \overline{NE} + \overline{ED} = \overline{NE} + \overline{BC} = v_{CM} + (v_{CM} - v_{2a}) = 2v_{CM} - v_{2a}$$

solução: $\begin{cases} v_{1d} = 2v_{CM} - v_{1a} \\ v_{2d} = 2v_{CM} - v_{2a} \end{cases}$



Obs: Este formalismo também se aplica a colisões inelásticas, com exceção de que agora as velocidades "invertidas" são multiplicadas pelo coeficiente de restituição "e" dado por:

$$e = -\frac{v_{1d} - v_{2d}}{v_{1a} - v_{2a}}$$